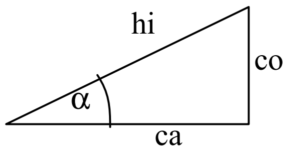
josearturobarreto@yahoo.com www.abaco.com.ve www.miprofe.com.ve
www.abrakadabra.com.ve Caracas. Venezuela

Trigonometría

La trigonometría es la parte de las matemáticas que se ocupa del estudio de las funciones **Trigonométricas**. Este estudio se inicia con el estudio de las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo y sus ángulos.

Dado un triángulo rectángulo como el de la figura siguiente



Donde, por supuesto, $0 < \alpha < 90°$, es un ángulo agudo.

Se definen:

$$sen\alpha = \frac{co}{hi} = \frac{catetoopuesto}{hipotenusa} \qquad \cos\alpha = \frac{ca}{hi} = \frac{catetoadyacente}{hipotenusa}$$

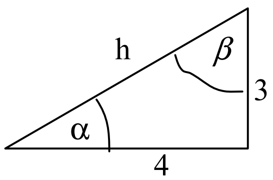
$$\tan\alpha = \frac{co}{ca} = \frac{catetoopuesto}{catetoadyacente} \qquad ctg\alpha = \frac{ca}{co} = \frac{catetoadyacente}{catetoopuesto}$$

$$\sec\alpha = \frac{hi}{ca} = \frac{hipotenusa}{catetoadyacente} \qquad \csc\alpha = \frac{hi}{co} = \frac{hipotenusa}{catetoopuesto}$$

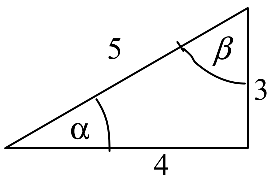
Ejercicio:

Dado el triangulo rectángulo cuyos catetos se dan en la figura:

a) Calcule la hipotenusa
b) Calcule todas las funciones trigonométricas para los ángulos α y β.



a) La hipotenusa h se puede calcular, aplicando el teorema de Pitágoras así:
$h^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. Por lo tanto $h = 5$.
El triángulo será por lo tanto



Por lo tanto, utilizando las definiciones anteriores, concluiremos:

b)

$sen\alpha = \frac{3}{5}$ $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ $\tan\alpha = \frac{3}{4}$ $ctg\alpha = \frac{4}{3}$ $\sec\alpha = \frac{5}{4}$ $\csc\alpha = \frac{5}{3}$

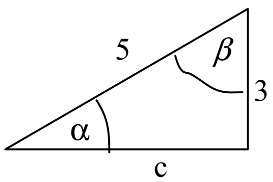
$sen\beta = \frac{4}{5}$ $\cos\beta = \frac{3}{5}$ $\tan\beta = \frac{4}{3}$ $ctg\beta = \frac{3}{4}$ $\sec\beta = \frac{5}{3}$ $\csc\beta = \frac{5}{4}$

A veces, se dan como datos un cateto y la hipotenusa y se pide contestar las mismas preguntas planteadas anteriormente.

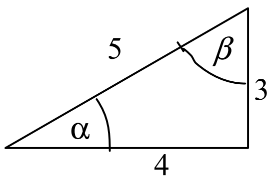
Problema:

Dado el triangulo rectángulo del cual se dan un cateto y la hipotenusa:

a) Calcule el otro cateto
b) Calcule todas las funciones trigonométricas para los ángulos α y β.



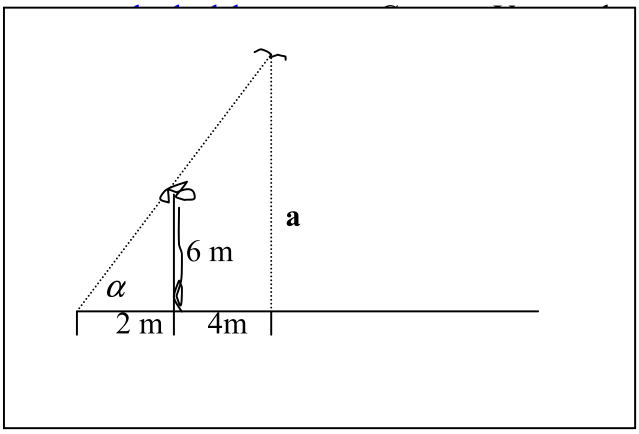
a) El cateto c se puede calcular, aplicando el teorema de Pitágoras así:
$c^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$. Por lo tanto c=*4*..
El triángulo será por lo tanto



Las funmciones trigonometricas, de los ángulos α y β *se calculan siguiendo el modelo de dichos cálculos en el ejercicio anterior.*

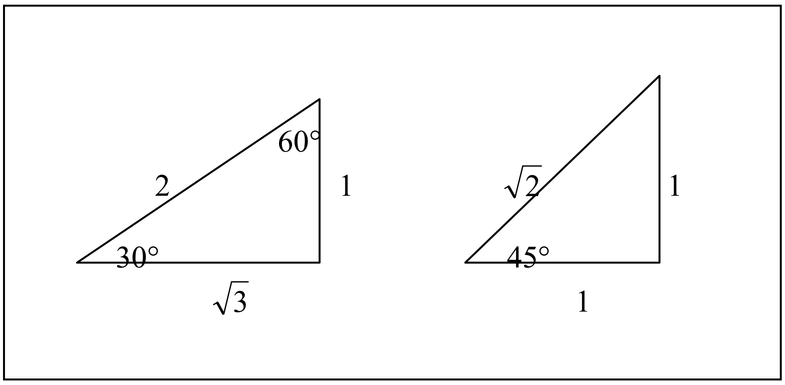
Aplicación

Un pájaro es visto por un observador, siguiendo una línea visual que pasa por un árbol de 6 metros de altura, como muestra el gráfico adjunto. El observador se encuentra a 2 metros del árbol, y la sombra del pájaro se proyecta a 4 metros del árbol, como se muestra en la figura. Calcular la altura **a** del pájaro .



Solución: Para el ángulo α, $\tan\alpha = \frac{6}{2} = 3$. Además, $\tan\alpha = \frac{a}{6}$. Por lo tanto, $\frac{a}{6} = 3$. En consecuencia, la altura **a** del pájaro es 18 metros.

Las relaciones entre los lados de un triángulo y los ángulos agudos determinan los funciones trigonométricas de dichos ángulos. Es importante relacionar las siguientes figuras que nos permiten recordar las funciones trigonométricas de los ángulos de 30°, 60° y 45°, los cuales son nuestros ángulos agudos **notables**.



Por lo tanto: $sen 30° = \frac{1}{2}$, $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, etc.

$sen 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60° = \frac{1}{2}$, $\tan 60° = \sqrt{3}$, etc.

$sen 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45° = \frac{1}{1} = 1$, etc.

A partir de sus definiciones, se concluye que $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$, $\csc\alpha = \frac{1}{sen\alpha}$, $ctg\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$

Para recordar estas relaciones, asociémolas con el siguiente gráfico:

$sen\alpha \quad \cos\alpha \quad \tan\alpha \quad ctg\alpha \quad \sec\alpha \quad \csc\alpha$

Donde las funciones unidas por las curvas son inversas multiplicativas, una de la otra.