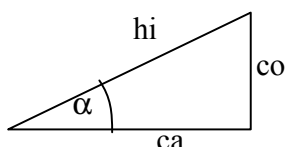


## Trigonometría

La trigonometría es la parte de las matemáticas que se ocupa del estudio de las funciones **Trigonométricas**. Este estudio se inicia con el estudio de las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo y sus ángulos.

Dado un triángulo rectángulo como el de la figura siguiente



Donde, por supuesto,  $0 < \alpha < 90^\circ$ , es un ángulo agudo.

Se definen:  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{co}{hi} = \frac{\text{catetopuesto}}{\text{hipotenusa}}$

$$\cos \alpha = \frac{ca}{hi} = \frac{\text{catetoadyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan \alpha = \frac{co}{ca} = \frac{\text{catetopuesto}}{\text{catetoadyacente}}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{ca}{co} = \frac{\text{catetoadyacente}}{\text{catetopuesto}}$$

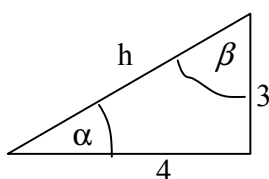
$$\operatorname{sec} \alpha = \frac{hi}{ca} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{catetoadyacente}}$$

$$\operatorname{csc} \alpha = \frac{hi}{co} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{catetopuesto}}$$

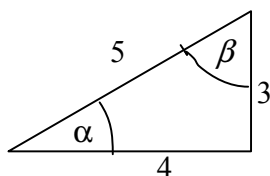
## Ejercicio:

Dado el triángulo rectángulo cuyos catetos se dan en la figura:

- Calcule la hipotenusa
- Calcule todas las funciones trigonométricas para los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ .



- La hipotenusa  $h$  se puede calcular, aplicando el teorema de Pitágoras así:  
 $h^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ . Por lo tanto  $h = 5$ .  
El triángulo será por lo tanto



Por lo tanto, utilizando las definiciones anteriores, concluiremos:

b)

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5} \quad \cos \alpha = \frac{4}{5} \quad \tan \alpha = \frac{3}{4} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3} \quad \sec \alpha = \frac{5}{4} \quad \operatorname{csc} \alpha = \frac{5}{3}$$

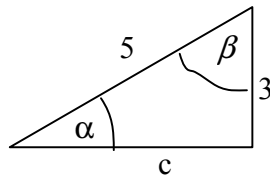
$$\operatorname{sen} \beta = \frac{4}{5} \quad \cos \beta = \frac{3}{5} \quad \tan \beta = \frac{4}{3} \quad \operatorname{ctg} \beta = \frac{3}{4} \quad \sec \beta = \frac{5}{3} \quad \operatorname{csc} \beta = \frac{5}{4}$$

A veces, se dan como datos un cateto y la hipotenusa y se pide contestar las mismas preguntas planteadas anteriormente.

### **Problema:**

Dado el triángulo rectángulo del cual se dan un cateto y la hipotenusa:

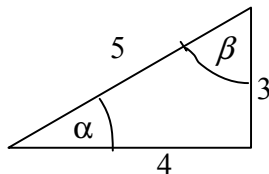
- Calcule el otro cateto
- Calcule todas las funciones trigonométricas para los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ .



- a) El cateto  $c$  se puede calcular, aplicando el teorema de Pitágoras así:

$$c^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16. \text{ Por lo tanto } c=4..$$

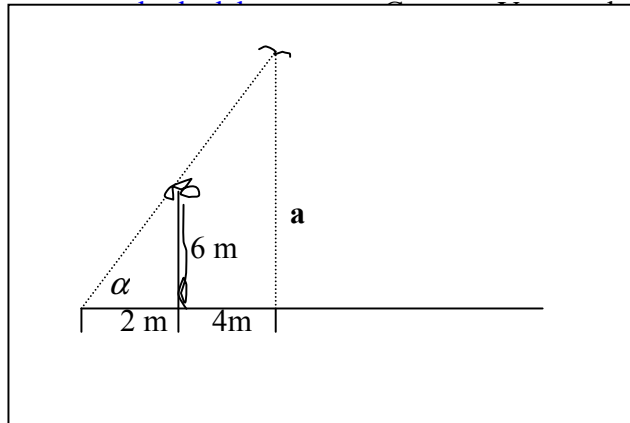
El triángulo será por lo tanto



Las funciones trigonométricas, de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  se calculan siguiendo el modelo de dichos cálculos en el ejercicio anterior.

### **Aplicación**

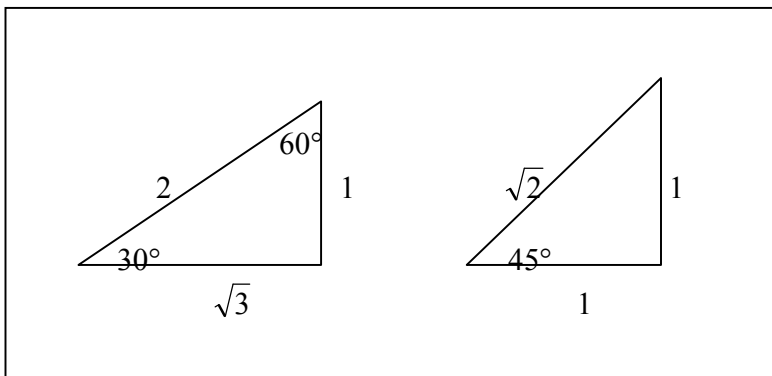
Un pájaro es visto por un observador, siguiendo una línea visual que pasa por un árbol de 6 metros de altura, como muestra el gráfico adjunto. El observador se encuentra a 2 metros del árbol, y la sombra del pájaro se proyecta a 4 metros del árbol, como se muestra en la figura. Calcular la altura  $a$  del pájaro .



**Solución:** Para el ángulo  $\alpha$ ,  $\tan \alpha = \frac{6}{2} = 3$ . Además,  $\tan \alpha = \frac{a}{6}$ . Por lo tanto,

$\frac{a}{6} = 3$ . En consecuencia, la altura **a** del pájaro es 18 metros.

Las relaciones entre los lados de un triángulo y los ángulos agudos determinan las funciones trigonométricas de dichos ángulos. Es importante relacionar las siguientes figuras que nos permiten recordar las funciones trigonométricas de los ángulos de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $45^\circ$ , los cuales son nuestros ángulos agudos **notables**.



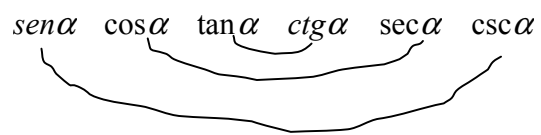
Por lo tanto:  $\text{sen}30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\text{cos}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\text{tan}30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , etc.

$\text{sen}60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\text{cos}60^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\text{tan}60^\circ = \sqrt{3}$ , etc.

$\text{sen}45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\text{cos}45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\text{tan}45^\circ = \frac{1}{1} = 1$ , etc.

A partir de sus definiciones, se concluye que  $\text{sec} \alpha = \frac{1}{\text{cos} \alpha}$ ,  $\text{csc} \alpha = \frac{1}{\text{sen} \alpha}$ ,  $\text{ctg} \alpha = \frac{1}{\text{tan} \alpha}$

Para recordar estas relaciones, asociémoslas con el siguiente gráfico:



Donde las funciones unidas por las curvas son inversas multiplicativas, una de la otra.