

PRUEBA DE APTITUD ACADEMICA

Prof. José A. Barreto Barquisimeto, Venezuela. Tel. (0251) 2612905.

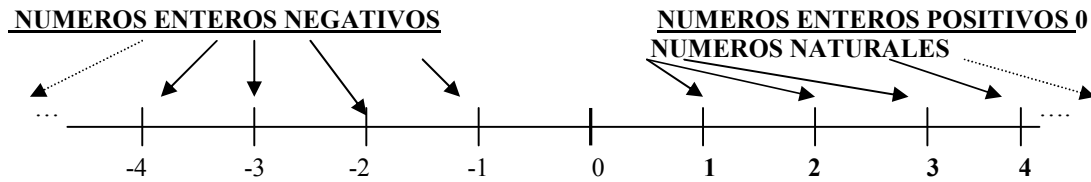
Consulte: www.geocities.com/ingresouniversidad

ARITMÉTICA. (La ciencia de los números)

GUIA # 0

PRINCIPIOS DE ARITMETICA

EL CONJUNTO "N" DE LOS NUMEROS ENTEROS



ENTEROS POSITIVOS O NUMEROS "NATURALES": 1,2,3,4,5,6, . . . etc.

EL CERO: 0

ENTEROS NEGATIVOS: -1,-2,-3,-4,-5,. . . , etc

INTRODUCCIÓN A LA ARITMETICA DE NUMEROS ENTEROS

EL CONJUNTO "Z" DE LOS NUMEROS ENTEROS

{ . . . -7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7, . . . }

Propiedades del 0:

- Es el "módulo" o elemento neutro de la suma: $5 + 0 = 5$, $-3 + 0 = -3$, $4 + 0 = 4$
Es decir: $a + 0 = a$, para todo número entero a.
- Tiene además la propiedad $2 \times 0 = 0$, $-2 \times 0 = 0$, $0 \times 0 = 0$, es decir $a \times 0 = 0$ para todo número entero a.

Propiedades del 1:

- Es el módulo o elemento neutro de la multiplicación: $3 \times 1 = 3$, $-2 \times 1 = -2$ $0 \times 1 = 0$
Es decir $a \times 1 = a$, para todo número entero a

LA "RESTA" DE NUMEROS ENTEROS:

$$\begin{array}{lll} 3 - 1 = 2, & 7 - 3 = 4 & 16 - 10 = 6 \\ 1 - 3 = -2 & 3 - 7 = -4 & 10 - 16 = -6 \end{array}$$

Observe con cuidado la similitud (salvo el signo de $3 - 1$ y $1 - 3$, $7 - 3$ y $3 - 4$, etc...)

Conclusión: La resta de $a - b$, es sencilla si $a \geq b$, como en los casos $3 - 1$, $7 - 3$, $16 - 10$.
Mas si $a < b$, es necesario restar $b - a$ (Ej. $7 - 3 = 4$ en lugar de $3 - 7$ y al resultado que dé (4),
anteponerle el signo negativo -: es decir $3 - 7 = -4$)

Ejemplo: $7 - 16 = - (16 - 7) = -9$

Caso especial: resta del 0: $5 - 0 = 5$, $-5 - 0 = -5$ $0 - 0 = 0$

La suma de números enteros:

$3 + 5 = 8$ $5 + (-3) = 5 - 3 = 2$ $-3 + 5 = 5 - 3 = 2$ $-3 + 2 = 2 - 3 = -1$

Diferentes maneras de interpretar la suma de números enteros de diferente signo

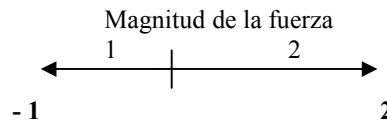
- Por la ley de los signos $+x + = +$, $+x - = -$, $-x - = +$

Ejemplo: $2 + (-1) = 2 - 1 = 1$ $-2 + (-3) = 2 - 3 = -1$

El ejemplo $2 + (-1)$ nos servirá para introducir el siguiente método

- Pensando que los números enteros son fuerzas de diferente signo: los números positivos corresponderán a fuerzas hacia la derecha y los negativos a fuerzas hacia la izquierda.

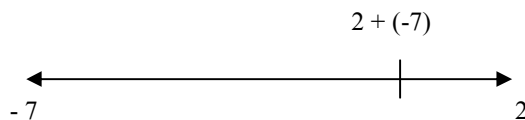
Ejemplo: $2 + (-1)$



Gana la fuerza de magnitud 2 hacia la derecha (representación del 2) a la fuerza de magnitud 1 (representación del -1) hacia la izquierda, por lo tanto el resultado es $2 - 1 = 1$ (resta de las magnitudes) con signo + (positivo), ya que gana la fuerza hacia la derecha.

Ejemplo: $2 + (-7)$

- Por la ley de los signos: $2 + (-7) = 2 - 7 = -5$
- Como fuerzas



Gana la fuerza de 7 por 5 unidades: ya que $7 - 2 = 5$. Como es mayor la fuerza negativa (-7), hacia la izquierda, el resultado es a favor de esta: -5.

Luego : $2 + (-7) = -5$

Ejercicios: Efectue $4 + (-8)$, $4 + (-4)$, $7 - 2$, $2 - 7$, $5 - 0$,
 $0 - 5$, $8 - 16$, $7 + (-14)$, $40 - 36$, $40 + (-36)$
 $36 - 50$, $-50 + 36$, $50 - 36$

Resta de números enteros:

La resta de números enteros, se puede efectuar de manera similar:

- Utilizando la ley de los signos o generalizando los procedimientos anteriores:

$2 - 3 = -1$ (ya se sabía) $3 - 2 = 1$ (ya se sabía)

$$2 - (-3) = 2 + 3 = 5$$

$$-3 - (-2) = -3 + 2 = -3$$

$$-3 - 2 = -3 + (-2) = -5.$$

Las fuerzas -3 (de magnitud 3) y -2 (de magnitud 2) son hacia la izquierda (ambas) y por lo tanto se suman y el resultado es una fuerza de magnitud 5 hacia la izquierda, la cual representa al -5 .

Multiplicación de números enteros

Recuerde las reglas de los signos en la multiplicación

$$+ \times + = +$$

$$+ \times - = -$$

$$- \times + = -$$

$$- \times - = +$$

Ejemplo: $5 \times (-2) = -10$

$$-3 \times -1 = 3$$

$$-2 \times -1 = 2$$

$$-2 \times 1 = -2$$

$$1 \times -2 = -2$$

$$4 \times 0 = 0$$

$$0 \times 4 = 0$$

$$-4 \times 0 = 0$$

Cualquier número multiplicado por 0 da 0



Ojo: No confunda la multiplicación con la suma o la resta o viceversa.

$$5 + (-2) = 3$$

$$5 \times (-2) = -10$$

$$2 + (-4) = -2$$

$$2 \times (-4) = -8$$

$$-4 + (-5) = -9$$

$$-4 \times (-5) = 20$$

La regla de los signos es una regla de la “multiplicación”

División de números enteros

La suma y la resta son operaciones recíprocas, en el sentido que nos muestra el siguiente ejemplo:

$$7 + 5 - 5 = 7$$

o sea que al sumar un número y restar el mismo número (a 7 o a cualquier número) , obtenemos el número original (7)

Quien no sabe sumar tampoco puede restar.

Lo mismo sucede con la multiplicación y la división.

La multiplicación y la división son operaciones recíprocas, como se ve en el siguiente ejemplo

$$7 \times 5 \div 5 = 35 \div 5 = 7$$

Si un número se multiplica y se divide, en secuencia, por el mismo número, el resultado es el número original.

Por una razón similar, a la señalada para las operaciones recíprocas, suma y resta, quien no sabe multiplicar, tampoco puede dividir.

División de números enteros (continuación)

¿ Por qué $4 / 2 = 2$? ¿ por qué es falso que $4 / 2 = 5$?

Respuesta

$$\frac{4}{2} = 2 \text{ porque } 2 \times 2 = 4 \qquad \frac{32}{8} = 4 \text{ ya que } 8 \times 4 = 32$$

Consecuencia.

Hay que saber multiplicar para poder dividir

Es evidente que es falso que $\frac{4}{2} = 6$ ya que esto equivaldría a afirmar que $4 = 6 \times 2$, lo cual es falso

La validez de una división se chequea por multiplicación.

Ejemplo:

Será verdad que

$$\frac{256}{8} = 32 ?$$

Respuesta: Sí, ya que $8 \times 32 = 256$

Ejercicio

Señale si las siguientes afirmaciones son verdaderas, sin dividir: utilice la multiplicación:

(1)

$$\frac{90}{6} = 15$$

(2)

$$\frac{120}{3} = 41$$

Solución: $6 \times 15 = 90$. Luego (1) es verdadera $3 \times 41 = 123 \neq 120$, luego (2) es falsa

Ejercicios

Señale con V si la proposición es verdadera y con F si es falsa

$$\boxed{} \frac{72}{18} = 4$$

$$\boxed{} \frac{423}{47} = 9$$

$$\boxed{} \frac{522}{12} = 8$$

División por el número 0

Sabemos que $5 \times 0 = 0$ $7 \times 0 = 0$ $-2 \times 0 = 0$

Cual será el resultado de

$$\frac{5}{0} = ?$$

$$\frac{7}{0} = ?$$

$$\frac{-2}{0} = ?$$

Solución: Ensayemos con algunos números

si

$$\frac{522}{0} = 7$$

tendríamos que $7 \times 0 = 5$ (falso)

Si

$$\frac{5}{0} = 200$$

Tendríamos que $200 \times 0 = 5$ (falso)

Existirá un número k tal que

$$\frac{5}{0} = k ?$$

Respuesta: Nó.

Por lo tanto: **La división de un número entre 0 no tiene sentido.....No se puede efectuar....No está definida.**

Caso especial (y curioso)

Es

$$\frac{0}{0} = 7 ?$$

Respuesta: $7 \times 0 = 0$ Quisieramos decir que sí,....pero

Sería también cierto que

$$\frac{0}{0} = 4$$

Ya que $0 \times 4 = 0$.

Conclusión: cualquier número serviría como resultado de esta extraña operación.....El resultado no estaría claramente definido. Algunos dicen que sería indeterminado

Esta es una razón más para que la matemática prohíba dividir entre 0.