Este material es producido por José Arturo Barreto, M,A, , en Caracas, Venezuela, mailto:josearturobarreto@yahoo,com

Octubre 29/2002

Prueba de Aptitud Académica. Habilidad Numérica. Guía # 2.

Relación entre dos o más valores.

Problema: Las edades de un hijo y su padre están en la relación 1:3. Si la edad del hijo es 12. Cuál es la edad del padre?.

Solución: Sea **P** la edad del padre y **H** la edad del hijo. Por lo tanto

$$H/P = 1/3.$$

Al sustituir H por 12 (la edad del hijo), obtenemos

$$12/P = 1/3.$$

Invirtiendo ambas fracciones: P/12 = 3. Luego

$$P = 36 \text{ (Edad del padre).}$$

Problema: La edad de un hijo, su madre y su padre, están en la relación 1:2:4. Si la edad de la madre es 20 años, calcule las edades del hijo y del padre.

Solución: De la relación

$$1:2$$

sabemos que

$$H/M = 1/2.$$

Sustituyendo M por 20, obtenemos:

$$H/20 = 1/2.$$

Por lo tanto

$$H = 20/2 = 10 \text{ (edad del hijo).}$$

Como

$$M:P::2:4,$$

obtenemos:

$$M/P = 2/4 = 1/2.$$

Luego, sustituyendo M por 20, e invirtiendo las fracciones, obtenemos:

$$P/20 = 2.$$

Por lo tanto P = 40 (edad del padre).

Teoría de divisibilidad

Como

$$16 = 4x4,$$

se dice que 4 es un factor o divisor de 16, o que 4 divide a 16.

La lista de los divisores de 16 es la siguiente:

1,2,4,8,16.

Los **divisores triviales** u obvios, son 1 y 16.

Números primos

Un número entero positivo, diferente de 1, es un número primo si sus únicos divisores son los triviales, es decir 1 y el mismo número.

El número 8 no es primo ya que la lista de sus divisores está dada por: 1,2,4,8.

De donde se concluye que tiene más divisores además de los triviales (el 1 y el 8).

El número 5 es un número primo ya que la lista de sus divisores está dada por 1,5 o sea que sus únicos divisores son los triviales.

Problema: Determine si los números 26, 21, y 13 son números primos.

Solución:

26 no es primo ya que a lo menos es divisible por 2.
21 no es primo ya que a lo menos es divisible por 3.
13 es primo ya que sus únicos divisores son 1 y 13.

Tabla o criba de eratostenes

En esta tabla se van escribiendo . números en orden ascendente empezando por el 2, escribiendo sólo los números primos. Para saber si un número **N** es primo se divide por cada uno de los números primos anteriores. Si es divisible por algún número primo, el número no es primo y no se incorpora a la tabla.

Si el número **N** a estudiar es muy grande, el siguiente criterio es de gran ayuda.

a) Sea N el número. Halle dos números enteros positivos **k** y **k+1** que cumplan la propiedad

$$k \leq SQR(N) \leq k+1$$

Ejemplo: N = 127. Como $11^2 = 121$ y $12^2 = 144$, entonces

$$11 \leq SQR(127) \leq 12$$

b) Divida al número sólo por los números primos menores o iguales a **k.**

En el caso de N = 127, como k = 11, trate de dividirlo por los números primos inferiores o iguales a 11. O sea por

2,3,5,7,11

Si el número **no es divisible** por ninguno de los números primos del numeral b) , el número es **primo,** de lo contrario, no lo es.

Como 127 no es divisible por ninguno de los números anteriores. Concluimos que el número es primo.

Criba de eratostenes (continuación)

Mostraremos la criba de Eratostenes hasta el número 59.

Criba de Eratostenes	2	3	5	7	11	13	15	17	19
	23	29	31	37	41	43	47	53	59

Recuerde que para determinar si el número 59 es un número primo fue de gran ayuda saber que

$$7^2 = 49 \leq 59 \leq 8^2 = 64$$

Sólo intentamos dividir por 2,3,5, y 7. La conclusión fue que 59 es un número primo.

Máximo Común Divisor (o Divisor común máximo) **M.C.D.**

Problema : Halle

M.C.D (48, 51)

Solución:

Haremos una lista de los divisores de los números incluyendo a los triviales 1 y 48 para el 48 y 1 y 51 para el 51.

Divisores de 16 **1** 2 **3** 4 6 8 12 24 48

Divisores de 51 **1** **3** 17 51

Los divisores comunes son el 1 y el 3. El Máximo común Divisor es por supuesto el 3. Luego

M.C.D(48,51) = 3

Problema: Halle el M.C.D. de (64,120,144)

Solución:

Divisores de 64 **1** **2** **4** **8** 16 32 64

Divisores de 120 **1** **2** **4** 6 **8** 10 12 15 20 24 30 40

Divisores de 144 **1** **2** 3 **4** 6 **8** 9 12 18 24 36 48
72 144

Los divisores o factores comunes a 64,120 y 144, están resaltados en negrilla. Son 1 (siempre), 2 y 8. Luego

M.C.D(64,120,128) = 8

Método rápido para calcular el M.C.D.

Problema: Calcular el M.C.D. de 120 y 16.

Solución:

120 | 16
8 | 7

Luego MCD(120,16) = 8

16 | 8 ← M.C.D.
0 | 2 Residuo **0**

Método: Se dividen los dos números. Luego se divide el divisor entre el residuo de la primera división. Este procedimiento se continua hasta que el residuo sea 0. El último divisor es el MCD.

<u>Problema:</u> Calcular el M.C.D. de 64 y 120.

Si revisa las dos primeras filasque contienen los divisores de 64 y 120, concluirá que MCD(64,120) = 8.

<u>Solución:</u>

120	64	64	56	56	8
56	1	8	1	**0**	7

Por lo tanto: MCD(120,64) = 8

<u>Problema:</u> Hallar

MCD(72,120,250)

<u>Solución rápida:</u>

120	72	72	48	48	24
48	1	24	1	**0**	2

Luego

MCD(72,48) = 24

Ahora calcule MCD (250,24) así :

250	24	24	10	10	4	4	2
10	10	4	2	2	2	0	2

Luego MCD(72,120,250) = 2