

Demasiado Cálculo
Gilbert Strang, MIT
gs@math.mit.edu

Traducción: José Arturo Barreto
e-mail: josearturobarreto@yahoo.com

iCálculo I, Cálculo II, Cálculo III – que desbalance en nuestra enseñanza! Todo el resto de las matemáticas está por debajo del cálculo. El siguiente curso posiblemente debe ser de ecuaciones diferenciales (más derivadas), y el curso previo probablemente es precalculo.

Realmente pienso que nuestro trabajo es ajustar este balance, no podemos esperar que otros lo hagan. Sabemos el papel central del álgebra lineal. Es mucho mas que un curso de matemáticas que aparece por azar, sus aplicaciones tocan muchos más estudiantes que el cálculo. Estamos ahora en un mundo digital.

Dado que estoy urgiendo que hagamos algo respecto a nuestra enseñanza, lo cual debe significar que persuadamos y aún lideremos a nuestros colegas, debo subrayar los beneficios que se pueden obtener. Cuando más estudiantes tomen álgebra lineal, el departamento de matemáticas estará haciendo algo correcto. La estadística y las matemáticas discretas se necesitan también. El director (y aún el decano) lo aprobarán. Sobre todo, estaremos haciendo algo correcto por nuestro estudiantes.

El sentimiento de que “El Álgebra Lineal es un buen curso” se comunica a la clase. Ellos no serán estrellas, pero este es un

curso que ellos pueden aprehender. La Web puede ayudar (Yo dependo de web.mit.edu/18.06/www/). Cuando saben que usted lo está intentando, los estudiantes lo harán. No podemos pedir mas.

Con su permiso expresaré algunas ideas acerca de la estructura del curso de álgebra lineal. Se puede organizar por las ecuaciones que resuelve, o por las ideas y los algoritmos que los resuelven. Podríamos concentrarnos en cuatro ecuaciones:

$$Ax = b, A^T Ax = A^T b, Ax = \lambda x, du/dt = Au$$

Un objetivo esencial es reconocer el sistema lineal en las aplicaciones. Eso es muy importante, es decir, identificar la matriz A !. Luego vienen las ideas que nos ayudan a reflexionar sobre estas ecuaciones:

Subespacios y bases, proyecciones y ortogonalidad, autovectores y autovalores.

Y los algoritmos son parte central (sin olvidar la multiplicación matricial misma);

$Ax =$ combinación de las columnas; eliminación y $A = LU$; Gram-Schmidt.

La abstracción clave es una transformación lineal. Lo sabemos todo cuando sabemos lo que le sucede a una base. Yo le doy énfasis a los ejemplos, otros podrían preferir las pruebas, escuche a sus estudiantes independientemente de lo que ud. haga.

Vuelvo al punto principal, porque requiere nuestro esfuerzo y acción para asegurar un buen curso. A veces logramos soporte, a veces encontramos indiferencia. Otros profesores tienen su propio trabajo por hacer, y aún ingenieros senior pueden pensar que el álgebra lineal es una herramienta incidental- sin darse cuenta cómo la computación ha cambiado las cosas. Al final ellos tomaran en cuenta a sus estudiantes. Pueden quedar convencidos cuando los primeros estudiantes ven la luz.

La reforma de Cálculo I, Cálculo II y Cálculo III debe ir mas allá de la presentación de esos tópicos en particular. Ellos son importantes pero no *importantes sobre todo*. Debemos presentar las matemáticas que tienen mas utilidad para la mayoría de los estudiantes.

Nota del traductor:

El profesor Strang, reconocido profesor del instituto Tecnológico de Massachussets en Cambridge una de las universidades mas reconocidas en los estados unidos en Ciencias y en el área técnica, plantea de esta manera, como lo señala en su mas reciente libro "Introducción to Linear Álgebra", 2003, el cual tuvo la gentileza de obsequiarme, la importancia central del Álgebra Lineal cuyas herramientas compiten en su aplicabilidad con el cálculo y señala la facilidad con que los estudiantes comprenden el tema.

No puedo negar la importancia del cálculo, mas es notable la aplicabilidad del álgebra lineal, en particular las operaciones con matrices. Paquetes como MatLab montados sobre operaciones matriciales ayudan a resolver problemas de todo tipo.

Comparto con el profesor Strang la preferencia de sustentar los temas siempre con ejemplos manejando selectivamente el método deductivo, sobre todo cuando la prueba es dispendiosa o difícil de comprender.

Quién no se maravilla de la sencilla relación de las matrices con la solución de una diversidad de problemas prácticos que pueden servir como ejemplo.

En la página Web: www.abaco.com.ve he procurado vertir mi experiencia de algunos años en estos temas.

Parto de la base que sin ser las aplicaciones un objetivo en sí, sin embargo motivan a los estudiantes y parecen "iluminar" el tema. Escogiendo temas, presento un texto que trata de cubrir sólo algunos puntos claves, para que el estudiante pueda digerir las matemáticas y no se indigeste. Me intereso en especial en la importancia de la partición de matrices y de dos descomposiciones clásicas: La LU y la QR . Estudio el problema de la sobredeterminación de los sistemas (más restricciones que incógnitas) , su solución por mínimos cuadrados y la relación de este problema, que contribuyó a la fama de Gauss, con tres métodos: el método de ortogonalización de Gram-Schmidt , el de la ecuación normal y la descomposición QR. Buena parte del texto se ocupa de la diagonalización de matrices y el cálculo de vectores y valores propios, tratando de sacarlo del contexto teórico del polinomio característico hacia su solución "numérica" por medio de transformaciones ortogonales. Pretendo anexar en los apéndices temas en donde con la mínima teoría y con ayuda de MatLab se traten:

- El algoritmo QR (Shifted QR) para cálculo "real" de autovalores
- La descomposición SVD
- Aplicaciones de la descomposición SVD en el procesamiento de imágenes siguiendo ideas ofrecidas por Cleve Moler de MatLab (en progreso)

Nota: MatLab tiene herramientas especiales para procesar imágenes y ofrece un ambiente de aplicación y cálculo muy motivante para proyectos de todo tipo.

Cabudare, Venezuela, 18 de Mayo de 2005