

La fórmula Punto-Pendiente de la ecuación de la recta

Se estudiarán rectas que no son paralelas al eje Y, con pendiente m , y que pasan por un punto $P_1(x_1, y_1)$. Cualquier otro punto P de la recta lo denominaremos $P(x, y)$.

La pendiente de la recta que pasa por $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ es

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

La ecuación Punto- Pendiente es: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Ejemplo 1

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-4, 3)$ con pendiente -1 .

Solución: La ecuación punto- pendiente es $y - 3 = -1(x - (-4))$.
 $\Rightarrow y - 3 = -x - 4. \Rightarrow y = -x - 1$

Problema 1

Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -3)$ con pendiente 2 .

Problema 2

Halle la ecuación de la recta que pasa por $(2, -9)$ con pendiente $\frac{1}{2}$.

Respuesta: $y = \frac{1}{2}x - 10$

Ejemplo 2

Halle la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-4, 3)$ and $(2, -5)$.

Solution: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - (3)}{2 - (-4)} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3}$

Por la ecuación punto- pendiente $(y - 3) = -\frac{4}{3}(x + 4)$. Luego $y = -\frac{4}{3}x - \frac{7}{3}$

Problema 3

Halle la ecuación de la recta que pasa por:

a) $(3, -5)$ and $(-4, 6)$. b) $(1, -2)$ and $(3, 2)$. c) $(-1, -2)$ and $(-3, 2)$.

Ejemplo 4

Escriba la ecuación de la recta $4x + 2y + 1 = 0$, en la forma general $y = mx + b$, llamada a veces forma pendiente-intersección

Solución:

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c} \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} \\ \textcircled{4x} + 2y + \textcircled{1} = 0 \\ \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} \end{array} \quad \Rightarrow \quad 2y = -4x - 1 \\
 \text{Dividiendo ambos lados por 2} \quad \quad \quad y = -2x - \frac{1}{2}
 \end{array}$$

Determinar si dos ecuaciones representan rectas paralelas

Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente

Ejemplo 5

Determine si $3x - 2y = 5$ y $-6x + 4y = 25$ son paralelas.

Solución: Hallando la pendiente de cada una de las rectas.

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c} \textcircled{3x} - \textcircled{2y} = \textcircled{5} \\ \textcircled{3x} - 5 = 2y \\ \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} = y \\ y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \\ m = \frac{3}{2} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \textcircled{-6x} + 4y = 25 \\ 4y = 6x + 25 \\ y = \frac{6}{4}x + \frac{25}{4} \\ y = \frac{3}{2}x + \frac{25}{4} \\ m = \frac{3}{2} \end{array}
 \end{array}$$

Como ambas pendientes son iguales, las rectas son paralelas.

Problema 4

Determine si $4x - 3y = 7$ y $-12x + 9y = 25$ son paralelas.

Ejemplo 6

Halle la ecuación de la recta paralela a $2x + 3y = 8$ que pasa por $(5, 4)$.

Solución:

La pendiente de la recta $2x + 3y = 8$, es $-\frac{2}{3}$

Utilizando la ecuación punto-pendiente concluimos que $y - 4 = -\frac{2}{3}(x-5)$, es la ecuación de tal recta.

Problema 5

Halle la ecuación de la recta paralela a $4x - 3y = 24$ y que pasa por $(1, -2)$.

Rectas perpendiculares

Dos rectas son perpendiculares si sus pendientes son el negativo recíproco, una de la otra.

Ejemplo 7

La ecuación de la recta perpendicular a $y = 2x + 5$ y que pasa por $(2, 9)$ es

$$y - 9 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

Problema 6

Escriba cada ecuación en la forma $y = mx + b$, señalando la pendiente, la pendiente de una recta perpendicular y su intersección con el eje Y.

Ecuación	$y = mx + b$	Pendiente m_1	Perpendicular Pendiente m_2	Intersección $(0, b)$
$12x - 9y + 36 = 0$				
$14x - 7y + 21 = 0$				
$5y - 15 = 0$				
$2y + 1 = 0$				