

Polinomios

Ejercicios propuestos (Pág. 3)

1. Identifique cuales de las siguientes funciones son polinómicas

a. $P(x) = x^3$ **R.** Polinómica

b. $R(y) = \frac{2}{y^2} + 3y + 5$. **R.** Nó

c. $S(z) = -100$ **R.** Polinómica

d. $t(w) = w^{100} + \frac{10}{w}$ **R.** Nó

2. Calcule los valores numéricos de las funciones polinómicas dadas para los valores que se indican.

a) $P(x) = 4x + 5$; para $x = 2$ **R.** $P(2) = 4 * 2 + 5 = 13$

b) $Q(y) = 10y^2 - 4y + 7$; para $y = \frac{1}{2}$ **R.** $Q(\frac{1}{2}) = 10 * (\frac{1}{2})^2 - 4 * \frac{1}{2} + 7 = \frac{15}{2}$

c) $U(s) = -s^3 - 27$; para $s = 3$ **R.** $U(3) = -(3)^3 - 27 = -54$

d) $T(a) = 9a^3 - 15a + 12$; para $a = \frac{1}{3}$ **R.** $T(\frac{1}{3}) = 9(\frac{1}{3})^3 - 15(\frac{1}{3}) + 12 = \frac{22}{3}$

3. Qué valores puede tomar “m” para que la función $P(x) = x^{-3m} + 1$ sea una función polinómica?

R. $m \in \left\{ z \in \mathbb{Q} \mid z = -\frac{k}{3}, k \in \mathbb{N} \right\}$

Ejercicios propuestos (Pág. 5)

1. Identifica los elementos en cada polinomio

	Polinomio	Grado	Términos	Coefficientes	Término Independiente	Vari-able
a.	x^3	3	$x^3, 3$	1 y 3	3	x
b.	$\frac{3y^4}{2} + 3y + 5$	4	$\frac{3y^4}{2}, 3y, 5$	$\frac{3}{2}, 3$ y 5	5	y
c.	$S(z) = z^{100} - 3z^5 - 100$	100	$z^{100}, -3z^5, -100$	1, -3 y -100	-100	z
d.	$T(w) = w^7 + \frac{10}{3}w^5 - 8w^4 + 36w + 12$	7	$w^7, \frac{10}{3}w^5, -8w^4, 36w, 12$	$1, \frac{10}{3}, -8, 36, 12$	12	w

Polinomios

2. Encuentre los valores que deben tomar m , n y p para que se cumplan las igualdades entre polinomios.

e) $\frac{2}{3}x + 5 = 4mx + 5$ R. $4m = \frac{2}{3}$, luego $m = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

f) $10y^2 - 7py + 7 = 10y^2 - 4y + 7$ R. $7p = 4$, luego $p = \frac{4}{7}$

g) $ns^3 - 27 = -s^3 - 27$ R. $n = -1$

h) $9a^3 - 225a + 12 = 9a^3 - 15ma + 12$ R. $225 = 15m$, luego $m = 15$

Ejercicios propuestos (Pág. 6)

Clasifica los siguientes polinomios según el número de términos. Determina el grado de cada uno de ellos e indica cuales son incompletos o completos. En los incompletos escribe los términos que les faltan.

	Polinomio	Términos	Grado	In-completo	Faltan
a.	$P(x) = x^2 + 18$	Binomio	2	Sí	x
b.	$R(y) = \frac{3y^4}{2} + 3y + 5$	Trinomio	4	Sí	y^3, y^2
c.	$M(a) = 9a^3 + a^2 - 225a + 122$	Polinomio	3	No	
d.	$T(w) = w^7 + \frac{10}{3}w^5 - 8w^4 + 36w + 12$	Polinomio	7	Sí	w^6, w^3, w^2
e.	$N(x) = \frac{2}{3}x + 5$	Binomio	1	No	
f.	$B(y) = 10y^2 - 4y + 7$	Trinomio	2	No	
g.	$H(s) = -s^3 - 27$	Binomio	3	Sí	s^2, s
h.	$S(z) = z^{10}$	Monomio	10	Sí	$z^9, z^8, z^7, z^6, z^5, z^4, z^3, z^2, z.$

Ejercicios propuestos (Pág. 6)

1. Ordena los siguientes polinomios en forma decreciente y creciente

Polinomio

Orden creciente

Orden decreciente

a. $P(x) = x^2 + 18 - 8x^3$

$P(x) = 18 + x^2 - 8x^3$

$P(x) = -8x^3 + x^2 + 18$

b. $R(y) = -y^2 + \frac{3y^4}{2} + 3y + 5$

$R(y) = 5 + 3y - y^2 + \frac{3y^4}{2}$

$R(y) = -\frac{3y^4}{2} + y^2 + 3y + 5$

c. $M(a) = -5a^3 - 225a + a^2 + 7$

$M(a) = 7 - 225a + a^2 - 5a^3$

$M(a) = -5a^3 + a^2 - 225a + 7$

Polinomios

Polinomio

Orden creciente

Orden decreciente

d. $T(w) = -\frac{10}{3}w^5 + 36w - 8w^4 + 12 + w^7$ $T(w) = 12 + 36w - 8w^4 - \frac{10}{3}w^5 + w^7$

$$T(w) = w^7 - \frac{10}{3}w^5 - 8w^4 + 36w + 12$$

e. $N(x) = 2x - \frac{2}{3}x^3 + 5$

$N(x) = 5 + 2x - \frac{2}{3}x^3$

$N(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x + 5$

f. $B(y) = 10y^2 - 4y + 7 - 12y^7$

$B(y) = 7 - 4y + 10y^2 - 12y^7$

$B(y) = -12y^7 + 10y^2 - 4y + 7$

g. $H(s) = -s^3 - 27 + \frac{5}{4}s$

$H(s) = -27 + \frac{5}{4}s - s^3$

$H(s) = -s^3 + \frac{5}{4}s - 27$

h. $S(z) = z^{100} + 5 - \frac{12}{7}z^{101}$

$S(z) = 5 + z^{100} - \frac{12}{7}z^{101}$

$S(z) = -\frac{12}{7}z^{101} + z^{100} + 5$

Ejercicios propuestos (Pág. 7)

1. Calcula $P(x) + N(x)$, $R(y) + T(y)$, $H(s) + U(s)$ y $M(w) + T(w)$.

a) $P(x) = x^2 + 18 - 8x^3$

b) $R(y) = -y^2 + \frac{3y^4}{2} + 3y + 5$

c) $M(w) = -5w^3 - 225w + w^2 + 7$

d) $T(w) = -\frac{10}{3}w^5 + 36w - 8w^4 + 12 + w^7$

e) $N(x) = 2x - \frac{2}{3}x^3 + 5$

f) $B(y) = 10y^2 - 4y + 7 - 12y^7$

g) $H(s) = -s^3 - 27 + \frac{5}{4}s$

h) $U(s) = s^3 + 5 - \frac{12}{7}s$

R.

$$P(x) + N(x) = x^2 + 18 - 8x^3 + (2x - \frac{2}{3}x^3 + 5) = -\frac{26}{3}x^3 + x^2 + 2x + 23$$

$$R(y) + T(y) = -y^2 + \frac{3y^4}{2} + 3y + 5 + (-\frac{10}{3}y^5 + 36y - 8y^4 + 12 + y^7) =$$

$$y^7 - \frac{10}{3}y^5 - \frac{13}{2}y^4 - y^2 + 39y + 17$$

$$H(s) + U(s) = -s^3 - 27 + \frac{5}{4}s + (s^3 + 5 - \frac{12}{7}s) = -\frac{13}{28}s - 22$$

$$M(w) + T(w) = -5w^3 - 225w + w^2 + 7 + (-\frac{10}{3}w^5 + 36w - 8w^4 + 12 + w^7) =$$

$$= w^7 - \frac{10}{3}w^5 - 8w^4 - 5w^3 + w^2 - 189w + 19$$

Ejercicios propuestos (Pág. 9)

Polinomios

Calcula $P(x) - N(x)$, $R(y) - T(y)$, $H(s) - U(s)$, $M(w) - T(w)$

a) $P(x) = x^2 + 18 - 8x^3$

b) $R(y) = -y^2 + \frac{3y^4}{2} + 3y + 5$

c) $M(w) = -5w^3 - 225w + w^2 + 7$

d) $T(w) = -\frac{10}{3}w^5 + 36w - 8w^4 + 12 + w^7$

e) $N(x) = 2x - \frac{2}{3}x^3 + 5$

f) $B(y) = 10y^2 - 4y + 7 - 12y^7$

g) $H(s) = -s^3 - 27 + \frac{5}{4}s$

h) $U(s) = s^3 + 5 - \frac{12}{7}s$

R.

$$P(x) - N(x) = x^2 + 18 - 8x^3 - (2x - \frac{2}{3}x^3 + 5) = -\frac{22}{3}x^3 + x^2 - 2x + 13$$

$$R(y) - T(y) = -y^2 + \frac{3y^4}{2} + 3y + 5 - (-\frac{10}{3}y^5 + 36y - 8y^4 + 12 + y^7) =$$

$$-y^7 + \frac{10}{3}y^5 + \frac{19}{2}y^4 - y^2 + 33y - 7$$

$$H(s) - U(s) = -s^3 - 27 + \frac{5}{4}s - (s^3 + 5 - \frac{12}{7}s) = -2s^3 + \frac{83}{28}s - 32$$

$$M(w) - T(w) = -5w^3 - 225w + w^2 + 7 - (-\frac{10}{3}w^5 + 36w - 8w^4 + 12 + w^7) =$$

$$= -w^7 + \frac{10}{3}w^5 + 8w^4 - 5w^3 + w^2 - 261w + 7$$

Ejercicios propuestos (Pág. 11)

Calcula $P(x) \cdot N(x)$, $R(y) \cdot T(y)$, $H(s) \cdot U(s)$, $\frac{7}{5} \cdot M(w)$, $-\frac{1}{2} T(w)$, $M(w) \cdot T(w)$, $B(y) \cdot R(y)$,
 $U(s) \cdot U(s)$, $M(w) \cdot M(w)$, $P(x) \cdot P(x)$, $H(s) \cdot H(s)$

a) $P(x) = x^2 + 18 - 8x^3$

b) $R(y) = -y^2 + 3y + 5$

c) $M(w) = -5w^3 - 225w + w^2 + 7$

d) $T(w) = -4w^5 + 36w + 12 + w^7$

e) $N(x) = -5x$

f) $B(y) = 10y^2 - 4y + 7 - 12y^3$

g) $H(s) = -s^3 - 27$

h) $U(s) = 4s^2 + 2 - \frac{12}{7}s$

R.

$$P(x) \cdot N(x) = (x^2 + 18 - 8x^3)(-5x) = -5x^3 - 90x + 40x^4 = 40x^4 - 5x^3 - 90x$$

$$R(y) \cdot T(y) = (-y^2 + 3y + 5)(y^7 - 4y^5 + 36y + 12) = -y^2(y^7 - 4y^5 + 36y + 12) +$$

$$+ 3y(y^7 - 4y^5 + 36y + 12) + 5(y^7 - 4y^5 + 36y + 12) =$$

$$= -y^9 + 4y^7 - 36y^3 - 12y^2 + 3y^8 - 12y^6 + 108y^2 + 36 + 5y^7 - 20y^5 + 180y + 60 =$$

$$-y^9 + 3y^8 + 9y^7 - 12y^6 - 20y^5 - 36y^3 + 96y^2 + 180y + 96$$

Polinomios

$$\mathbf{R(y) \cdot T(y)} = (-y^2 + 3y + 5)(y^7 - 4y^5 + 36y + 12) = -y^2(y^7 - 4y^5 + 36y + 12) + 3y(y^7 - 4y^5 + 36y + 12) + 5(y^7 - 4y^5 + 36y + 12) = -y^9 + 4y^7 - 36y^3 - 12y^2 + 3y^8 - 12y^6 + 108y^2 + 36y + 5y^7 - 20y^5 + 180y + 60 = -y^9 + 3y^8 + 9y^7 - 12y^6 - 20y^5 - 36y^3 + 96y^2 + 216y + 60.$$

$$\mathbf{H(s) \cdot U(s)} = (-s^3 - 27)(4s^2 + 2 - \frac{12}{7}s) = -s^3(4s^2 + 2 - \frac{12}{7}s) - 27(4s^2 + 2 - \frac{12}{7}s) = -4s^5 - 2s^3 + \frac{12}{7}s^4 - 108s^2 - 54 + \frac{324}{7}s = -4s^5 + \frac{12}{7}s^4 - 2s^3 - 108s^2 + \frac{324}{7}s - 54$$

$$\frac{7}{5} \cdot \mathbf{M(w)} = \left(\frac{7}{5}\right)(-5w^3 - 225w + w^2 + 7) = -7w^3 - 45w + \frac{7}{5}w^2 + \frac{49}{5}$$

$$-\frac{1}{2} \mathbf{T(w)} = -\frac{1}{2}(-4w^5 + 36w + 12 + w^7) = \mathbf{T(w)} = 2w^5 - 18w - 6 - \frac{1}{2}w^7 = -\frac{1}{2}w^7 + 2w^5 - 18w - 6$$

$$\mathbf{M(w) \cdot T(w)} = (-5w^3 + w^2 - 225w + 7)(w^7 - 4w^5 + 36w + 12) = -5w^3(w^7 - 4w^5 + 36w + 12) + w^2(w^7 - 4w^5 + 36w + 12) - 225w(w^7 - 4w^5 + 36w + 12) + 7(w^7 - 4w^5 + 36w + 12) = -5w^{10} + 20w^8 - 180w^4 - 60w^3 + w^9 - 4w^7 + 36w^3 + 12w^2 - 225w^7 + 900w^5 - 180w - 60 = -5w^{10} + 20w^8 - 229w^7 + 900w^5 - 180w^4 - 24w^3 + 12w^2 - 180w - 60$$

$$\mathbf{B(y) \cdot R(y)} = (-12y^3 + 10y^2 - 4y + 7)(-y^2 + 3y + 5) = -12y^3(-y^2 + 3y + 5) + 10y^2(-y^2 + 3y + 5) - 4y(-y^2 + 3y + 5) + 7(-y^2 + 3y + 5) = 12y^5 - 36y^4 - 60y^3 - 10y^4 + 30y^5 + 50y^2 + 4y^3 - 12y^2 - 20y - 7y^2 + 21y + 35 = 42y^5 - 46y^4 - 56y^3 + 31y^2 + y + 35$$

$$\mathbf{U(s) \cdot U(s)} = (4s^2 - \frac{12}{7}s + 2)(4s^2 - \frac{12}{7}s + 2) = 4s^2(4s^2 - \frac{12}{7}s + 2) - \frac{12}{7}s(4s^2 - \frac{12}{7}s + 2) + 2(4s^2 - \frac{12}{7}s + 2) = 16s^4 - \frac{48}{7}s^3 + 8s^2 - \frac{48}{7}s^3 + \frac{144}{49}s^2 - \frac{24}{7}s + 8s^2 - \frac{24}{7}s + 4 = 16s^4 - \frac{96}{7}s^3 + \frac{928}{49}s^2 - \frac{24}{7}s + 4$$

$$\mathbf{M(w) \cdot M(w)} = (-5w^3 + w^2 - 225w + 7)(-5w^3 + w^2 - 225w + 7) = -5w^3(-5w^3 + w^2 - 225w + 7) + w^2(-5w^3 + w^2 - 225w + 7) - 225w(-5w^3 + w^2 - 225w + 7) + 7(-5w^3 + w^2 - 225w + 7) = 25w^6 - 5w^5 + 1125w^4 - 35w^3 - 5w^5 + w^4 - 225w^3 + 7w^2 + 1125w^4 - 225w^3 + 50625w^2 - 1575w - 35w^3 + 7w^2 - 1575w + 49 = 25w^6 - 10w^5 + 2251w^4 - 520w^3 + 50639w^2$$

$$\mathbf{P(x) \cdot P(x)} = (-8x^3 + x^2 + 18)(-8x^3 + x^2 + 18) = -8x^3(-8x^3 + x^2 + 18) + x^2(-8x^3 + x^2 + 18) + 18(-8x^3 + x^2 + 18) = 64x^6 - 8x^5 - 144x^3 - 8x^5 + x^4 + 18x^2 - 144x^3 + 18x^2 + 324 = 64x^6 - 16x^5 - 288x^3 + 36x^2 + 324$$

$$\mathbf{H(s) \cdot H(s)} = (-s^3 - 27)(-s^3 - 27) = -s^3(-s^3 - 27) - 27(-s^3 - 27) = s^6 + 27s^3 + 27s^3 + 729 = s^6 + 54s^3 + 729$$

Polinomios

Ejercicios propuestos (Pág. 15)

1. Calcular $P(x) \div N(x)$, $B(y) \div N(y)$, $H(s) \div U(s)$, $M(w) \div \frac{7}{5}$, $T(w) \div \left(-\frac{1}{2}\right)$, $T(w) \div M(w)$.

a) $P(x) = x^2 + 18 - 8x^3$

b) $R(y) = -y^2 + 3y + 5$

c) $M(w) = -5w^3 - 225w + w^2 + 7$

d) $T(w) = -4w^5 + 36w + 12 + w^7$

e) $N(x) = -5x$

f) $B(y) = 10y^2 - 4y + 7 - 12y^3$

g) $H(s) = -s^3 - 27$

h) $U(s) = 4s^2 + 2 - \frac{12}{7}s$

$P(x) \div N(x)$ $(-8x^3 + x^2 + 18) \div (-5x)$

$-8x^3 + x^2 + 18$	$-5x$
$8x^3$	$\frac{8}{5}x^2 - \frac{1}{5}x$
$-x^2$	
$+18$	

$C(x) = \frac{8}{5}x^2 - \frac{1}{5}x$

$R(x) = 18$

$B(y) \div N(y)$ $(10y^2 - 4y + 7 - 12y^3) \div (-5y)$

$-12y^3 + 10y^2 - 4y + 7$	$-5y$
$12y^3$	$\frac{12}{5}y^2 - 2y + \frac{4}{5}$
$10y^2$	
$-10y^2$	
$-4y$	
$+4y$	
7	

$C(x) = \frac{12}{5}y^2 - 2y + \frac{4}{5}$

$R(x) = 7$

$H(s) \div U(s)$ $(-s^3 - 27) \div (4s^2 - \frac{12}{7}s + 2)$

$-s^3 - 27$	$4s^2 - \frac{12}{7}s + 2$
$s^3 + \frac{3}{7}s^2 + \frac{1}{2}s$	$-\frac{1}{4}s + \frac{3}{28}$
$\frac{3}{7}s^2 + \frac{1}{2}s - 27$	
$-\frac{3}{7}s^2 + \frac{9}{49}s - \frac{3}{14}$	
$\frac{67}{98}s - \frac{381}{14}$	

Polinomios

$$C(x) = -\frac{1}{4}s + \frac{3}{28}$$

$$R(x) = \frac{67}{98}s - \frac{381}{14}$$

$$M(w) \div \frac{7}{5} \quad (-5w^3 - 225w + w^2 + 7) \div \frac{7}{5} = \frac{-5}{\frac{5}{5}}w^3 - \frac{225}{\frac{5}{5}}w + \frac{w^2}{\frac{5}{5}} + \frac{7}{\frac{5}{5}}$$

$$= -\frac{25}{7}w^3 - \frac{1125}{7}w + \frac{5}{7}w^2 + 5 = -\frac{25}{7}w^3 + \frac{5}{7}w^2 - \frac{1125}{7}w + 5$$

$$T(w) \div \left(-\frac{1}{2}\right) \quad (-4w^5 + 36w + 12 + w^7) \div \left(-\frac{1}{2}\right) = 8w^5 - 72w + 24 - 2w^7 =$$

$$-2w^7 + 8w^5 - 72w + 24$$

$$T(w) \div M(w) \quad (-4w^5 + 36w + 12 + w^7) \div (-5w^3 - 225w + w^2 + 7)$$

$w^7 - 4w^5 + 36w + 12$	$-5w^3 + w^2 - 225w + 7$
$-w^7 + \frac{1}{5}w^6 - 45w^5 + \frac{7}{5}w^4$	$-\frac{1}{5}w^4 -$ $\frac{1}{25}w^3 + \frac{1224}{125}w^2 +$ $-\frac{2174}{625}w - \frac{1375001}{3125}$
$\frac{1}{5}w^6 - 49w^5 + \frac{7}{5}w^4 + 36w + 12$	
$-\frac{1}{5}w^6 + \frac{1}{25}w^5 - 9w^4 + \frac{7}{25}w^3$	
$-\frac{1224}{25}w^5 - \frac{38}{5}w^4 + \frac{7}{25}w^3 + 36w + 12$	
$\frac{1224}{25}w^5 - \frac{1224}{125}w^4 + \frac{11016}{5}w^3 - \frac{8568}{125}w^2$	
$-\frac{2174}{125}w^4 + \frac{55087}{25}w^3 - \frac{8568}{25}w^2 + 36w + 12$	
$\frac{2174}{125}w^4 - \frac{2174}{625}w^3 + \frac{19566}{25}w^2 - \frac{15218}{625}w$	
$\frac{1375001}{625}w^3 + \frac{10968}{25}w^2 + \frac{7282}{625}w + 12$	
$-\frac{1375001}{625}w^3 + \frac{1375001}{3125}w^2 - \frac{12375009}{125}w + \frac{9625007}{3125}$	
$\frac{2746001}{3125}w^2 - \frac{61867763}{625}w + \frac{9662507}{3125}$	

$$C(x) = \frac{-1}{5}w^4 - \frac{1}{25}w^3 + \frac{1224}{125}w^2 - \frac{2174}{625}w - \frac{1375001}{3125}$$

Polinomios

$$R(x) = \frac{2746001}{3125}w^2 - \frac{61867763}{625}w + \frac{9662507}{3125}$$

Ejercicios propuestos (Pág. 16)

1. Resolver los siguientes productos notables

a) $(3 + 2x^2)^2$	b) $(5a^2 + \frac{1}{2}a)^2$	c) $(xyz + \frac{2}{3}y)^2$	d) $(x^{3y} + 4x^{5y})^2$
e) $(3m^{10} + 2m^2)^2$	f) $(xy + xz)^2$	g) $(x^{12} + y^8)^2$	h) $(5x + 4y^3)^2$
i) $(x + \frac{3}{2})^2$	j) $(x + h)^2$	k) $(3x^m + 2x^{2m})^2$	l) $(\frac{1}{5}a + 5)^2$
m) $(2xy + y^2)^2$	n) $(\frac{3}{5}xy + \frac{4}{9}y)^2$	o) $(ax^{2m} + cx^{2m})^2$	p) $(3a^5 + \frac{1}{3}a)^2$
q) $(7z + \frac{1}{7}z^2)^2$	r) $(5a^2 + \frac{1}{2}a)^2$	s) $(x^{n+1} + x^{2n-1})^2$	t) $(ab + ac^2)^2$

R.

a) $(3 + 2x^2)^2 = 9 + 12x^2 + 4x^4$	b) $(5a^2 + \frac{1}{2}a)^2 = 25a^4 + 5a^3 + \frac{1}{4}a^2$
c) $(xyz + \frac{2}{3}y)^2 = x^2y^2z^2 + \frac{4}{3}xy^2z + \frac{4}{9}y^2$	d) $(x^{3y} + 4x^{5y})^2 = x^{6y} + 8x^{8y} + 16x^{10y}$
e) $(3m^{10} + 2m^2)^2 = 9m^{20} + 12m^{12} + 4m^4$	f) $(xy + xz)^2 = x^2y^2 + 2x^2yz + x^2z^2$
g) $(x^{12} + y^8)^2 = x^{24} + 2x^{12}y^8 + y^{16}$	h) $(5x + 4y^3)^2 = 25x^2 + 40xy^3 + 16y^6$
i) $(x + \frac{3}{2})^2 = x^2 + 3x + \frac{9}{4}$	j) $(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$
k) $(3x^m + 2x^{2m})^2 = 9x^{2m} + 12x^{3m} + 4x^{4m}$	l) $(\frac{1}{5}a + 5)^2 = \frac{1}{25}a^2 + 2a + 25$
m) $(2xy + y^2)^2 = 4x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$	n) $(\frac{3}{5}xy + \frac{4}{9}y)^2 = \frac{9}{25}x^2y^2 + \frac{8}{15}xy^2 + \frac{16}{81}y^2$
p) $(3a^5 + \frac{1}{3}a)^2 = 9a^{10} + 2a^6 + \frac{1}{9}a^2$	q) $(7z + \frac{1}{7}z^2)^2 = 49z^2 + 2z^3 + \frac{1}{49}z^4$
r) $(5a^2 + \frac{1}{2}a)^2 = 25a^4 + 5a^3 + \frac{1}{4}a^2$	s) $(x^{n+1} + x^{2n-1})^2 = x^{2n+2} + 2x^{3n} + x^{4n-2}$
t) $(ab + ac^2)^2 = a^2b^2 + 2a^2bc^2 + a^2c^4$	

2. Calcula el producto notable $(-x-a)^2$. Es igual a $(x+a)^2$? ¿Por qué?

R.

$(-x - a)^2 = (-x)^2 + 2(-x)(-a) + a^2 = x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$. La respuesta es **sí**.

Profesor José Arturo Barreto josearturobarreto@yahoo.com Caracas Venezuela
www.abrakadabra.com.ve www.abaco.com.ve www.miprofe.com.ve

Polinomios

Una de las razones para que ello sea así es que $(-x - a)^2 = (-(x+a))^2 = (x+a)^2$. Por ser el 2 un exponente par, el signo negativo se transforma en positivo. El cuadrado es una función par es decir: $f(-x) = f(x)$.

Polinomios

Ejercicios propuestos Pág. 18

Desarrolla las siguientes expresiones aplicando producto notable:

a) $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

b) $(x^2 - 10)^2 = x^4 - 20x^2 + 100$

c) $\left(x^2y - \frac{2}{3}y\right)^2 = x^4y^2 - \frac{4}{3}x^2y^2 + \frac{4}{9}y^2$

d) $(z^{3x} - 4z^{5x})^2 = z^{6x} - 8z^{8x} + 16z^{10x}$

e) $\left(\frac{1}{6}x - y\right)^2 = \frac{1}{36} - \frac{1}{3}xy + y^2$

f) $\left(\frac{a^3b^3}{2} - \frac{a^3b^2}{2}\right)^2 = \frac{a^6b^6}{4} - \frac{a^6b^5}{2} + \frac{a^6b^4}{4}$

g) $(2x^2 - y^8)^2 = 4x^4 - 4x^2y^8 + y^{16}$

h) $\left(\frac{1}{5}a - y\right)^2 = \frac{1}{25}a^2 - \frac{2}{5}ay + y^2$

i) $(1 - xy^2)^2 = 1 - 2xy^2 + x^2y^4$

j) $(-7 - x^4)^2 = (7 + x^4)^2 = 49 + 14x^4 + x^8$

k) $(2x^m - x^{3m})^2 = 4x^{2m} - 4x^{4m} + x^{6m}$

l) $\left(x^2 - \frac{10}{3}a\right)^2 = x^4 - \frac{20}{3}ax^2 + \frac{100}{9}a^2$

m) $(1 - 10x^3)^2 = 1 - 20x^3 + 100x^6$

n) $\left(\frac{3}{2}xy - \frac{4}{9}y\right)^2 = \frac{9}{4}x^2y^2 - \frac{4}{3}xy^2 + \frac{16}{81}y^2$

o) $(2x^{2m} - x^m)^2 = 4x^{4m} - 4x^{3m} + x^{2m}$

p) $\left(x^{a-1} - \frac{x}{2}\right)^2 = x^{2a-2} - x^a + \frac{x^2}{4}$

q) $(4y - 3y^2)^2 = 16y^2 - 24y^3 + 9y^4$

r) $\left(\frac{5}{2}a^2 - \frac{25}{4}\right)^2 = \frac{25}{4}a^4 - \frac{125}{4}a^2 + \frac{625}{16}$

s) $(x^{a+1} - x^{|-2a|})^2 = x^{2a+2} - 2x^{a+2|a|+1} + x^{4a^2}$

t) $\left(\frac{4}{3}t - 3t^2\right)^2 = \frac{16}{9}t^2 - 8t^3 + 9t^4$

Ejercicios propuestos Pág. 18

1. Resolver los siguientes productos notables.

Nota: Utilizaremos el siguiente producto notable. $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$

a) $(x + 6 - y)^2 = x^2 + 36 + y^2 + 12x - 2xy - 12y = x^2 + y^2 + 12x - 2xy - 12y + 36$

b) $(mp+p+10)^2 = m^2p^2 + p^2 + 100 + 2mp^2 + 20mp + 20p$

c) $(xyz+9-y)^2 = x^2y^2z^2 + 81 + y^2 + 18xyz - 2xy^2z - 18y$

d) $(x + k - y)^2 = x^2 + k^2 + y^2 + 2kx - 2xy - 2ky$

e) $(2z^3 + 7 + z^5)^2 = 4z^6 + 49 + z^{10} + 14z^3 + 4z^8 + 14z^5$

f) $\left(x^2y^2 - \frac{14}{56} - y\right)^2 = x^4y^4 + \frac{1}{16} + y^2 - \frac{1}{2}x^2y^2 - 2x^2y^3 + \frac{1}{2}y$

Ejercicios propuestos Pág. 20

Resolver los siguientes productos notables

- a) $(x+9)(x-6) = x^2 - 36$ b) $(mnp+1)(mnp-1) = m^2n^2p^2 - 1$
 c) $(xyz-1)(xyz+1) = x^2y^2z^2 - 1$ d) $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$
 e) $(2x^3+7z^5)(2x^3-7z^5) = 4x^6 - 49z^{10}$
 f) $\left(\frac{11}{33}x^2y^2 + \frac{14}{56}y\right)\left(\frac{11}{33}x^2y^2 - \frac{14}{56}y\right) = \left(\frac{1}{3}x^2y^2 + \frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{3}x^2y^2 - \frac{1}{4}y\right) =$
 $\left(\frac{1}{9}x^4y^4 - \frac{1}{16}y^2\right)$
 g) $(x-10)(x+10) = x^2 - 100$ h) $(x^2+y^2)(x^2-y^2) = x^4 - y^4$
 i) $\left(\frac{3}{33}xy^3 + \frac{28}{56}y\right)\left(\frac{3}{33}xy^3 - \frac{28}{56}y\right) = \left(\frac{1}{3}xy^3 + \frac{1}{2}y\right)\left(\frac{1}{3}xy^3 - \frac{1}{2}y\right) = \left(\frac{1}{9}x^2y^6 - \frac{1}{4}y^2\right)$
 j) $(a-b)(a+b) = (a^2 - b^2)$ k) $(2xyz+3)(2xyz-3) = (4x^2y^2z^2 - 9)$
 l) $\left(\frac{1}{5}u^3 + \frac{3}{7}u\right)\left(\frac{1}{5}u^3 - \frac{3}{7}u\right) = \left(\frac{1}{25}u^6 - \frac{9}{49}u^2\right)$ m) $(x+9)(x-9) = x^2 - 81$
 n) $(x^2y+xy^2)(x^2y-xy^2) = x^4y^2 - x^2y^4$
 o) $\left(\frac{21}{7}xy - \frac{12}{144}y\right)\left(\frac{21}{7}xy - \frac{12}{144}y\right) = \left(3xy - \frac{1}{12}y\right)\left(3xy - \frac{1}{12}y\right) = 9x^2y^2 - \frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{144}y^2$

Ejercicios propuestos Pág. 21

2. Resolver los siguientes productos notables

- g) $(x+6)(x-15) = x^2 - 9x - 90$ h) $(mnp+1)(mnp-10) = m^2n^2p^2 - 9mnp - 10$
 i) $\left(xyz - \frac{8}{5}\right)(xyz+1) = x^2y^2z^2 - \frac{3}{5}xyz - \frac{8}{5}$ j) $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$
 k) $(2x^3+7z^5)(2x^3-41) = 4x^6 + (7z^5-41)(2x^3) - 287z^5 = 4x^6 + 14x^3z^5 - 82x^3 - 287z^5$
 l) $\left(x^2y^2 + \frac{14}{56}y\right)\left(x^2y^2 - \frac{12}{20}y\right) = x^4y^4 - \frac{7}{20}x^2y^3 - \frac{3}{20}y^2$
 m) $(x-10)(x+10) = x^2 - 100$ n) $(x^2+y^2)(x^2-8) = x^4 + (y^2-8)x^2 - 8y^2 = x^4 + x^2y^2 - 8x^2 - 8y^2$
 o) $\left(y^3 + \frac{28}{56}y\right)(y^3+100y) = \left(y^3 + \frac{1}{2}y\right)(y^3+100y) = y^6 + \frac{201}{2}y^4 + 50y^2$
 p) $(a+4)(a+8) = a^2 + 12a + 32$
 q) $(2xyz+3)(2xyz+y) = 4x^2y^2z^2 + (y+3)(2xyz) + 3y = 4x^2y^2z^2 + 2xy^2z + 6xyz + 3y$
 r) $\left(t^3 + \frac{3}{7}t\right)(t^3 - t) = t^6 - \frac{4}{7}t^4 - \frac{3}{7}t^2$ s) $(2+x^2)(-1+x^2) = x^4 + x^2 - 2$
 t) $(x^2y+y^2)(x^2y-x) = x^4y^2 + (y^2-x)x^2y - xy^2 = x^4y^2 + x^2y^3 - x^3y - xy^2$

Polinomios

u)

$$\left(xy + \frac{21}{7}y\right)\left(xy + \frac{12}{144}y\right) = (xy + 3)\left(xy + \frac{1}{12}y\right) = x^2y^2 + (3+y)xy + \frac{1}{4}y = x^2y^2 + 3xy + xy^2 + \frac{1}{4}xy$$

Ejercicios propuestos Pág. 23

Desarrolla las siguientes expresiones aplicando producto notable.

a) $\left(xy - \frac{2}{3}y\right)^3 = x^3y^3 - 2x^2y^3 + \frac{4}{3}xy^3 - \frac{8}{27}y^3$

b) $(x^{3y} + 4x^{5y})^3 = x^{9y} + 12x^{11y} + 48x^{13y} + 64x^{15y}$

c) $(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

d) $\left(5a^2 + \frac{1}{2}a\right)^3 = 125a^6 + \frac{75}{2}a^5 + \frac{15}{4}a^4 + \frac{1}{8}a^3$

e) $(2x^2 - y^8)^3 = 8x^6 - 12x^4y^8 + 6x^2y^{16} - y^{24}$

f) $(5x + 4y^3)^3 = 125x^3 + 300x^2y^3 + 240xy^6 + 64y^6$

g) $\left(\frac{1}{6}x - y\right)^3 = \frac{1}{216}x^3 - \frac{1}{12}x^2y + \frac{1}{2}xy^2 - y^3$

h) $(xy + xz)^3 = x^3y^3 + 3x^3y^2z + 3x^3yz^2 + x^3z^3$

i) $(2x^m - x^{3m})^3 = 8x^{3m} - 12x^{5m} + 3x^{7m} - x^{9m}$

j) $\left(\frac{1}{5}a + 5\right)^3 = \frac{1}{125}a^3 + \frac{3}{5}a^2 + 15a + 125$

k) $(1 - xy^2)^3 = 1 - 3xy^2 + 3x^2y^4 - x^3y^6$

l) $(1 - xy^2)^3 = 1 - 3xy^2 + 3x^2y^4 - x^3y^6$

m) $(ax^{2m} - x^m)^3 = a^3x^{6m} - 3a^2x^{5m} + 3ax^{4m} - x^{3m}$

n) $\left(3a^5 + \frac{1}{3}a\right)^3 = 27a^{15} + 9a^{11} + a^7 + \frac{1}{27}a^3$

o) $(1 - 10x^3)^3 = 1 - 30x^3 + 300x^6 - 1000x^9$

p) $\left(\frac{3}{5}xy + \frac{4}{9}y\right)^3 = \frac{27}{125}x^3y^3 + \frac{12}{25}x^2y^3 + \frac{64}{125}y^3$

q) $\left(x^{a+1} - x^{-2a}\right)^3 = x^{3a+3} - 3x^{2a+2+2|a|} + 3x^{a+1+4|a|} - x^{6|a|}$

r) $(ab + ac^2)^3 = a^3b^3 + 3a^3b^2c^2 + 3a^3bc^4 + a^3c^6$

s) $(4y - 3y^2)^3 = 64y^3 - 144y^4 + 108y^5 - 27y^6$

t) $\left(5a^2 + \frac{1}{2}a\right)^3 = 125a^6 + \frac{75}{2}a^5 + \frac{15}{4}a^4 + \frac{1}{8}a^3$

Ejercicios propuestos Pag. 25

1. Desarrolla las siguientes expresiones aplicando producto notable

Utilizaremos el triangulo de pascal

Polinomios

Triángulo de Pascal

n = 1					1					
n = 2					1	2	1			
n = 3				1	3	3	1			
n = 4			1	4	6	4	1			
n = 5		1	5	10	10	5	1			
n = 6		1	6	15	20	15	6	1		
n = 7		1	7	21	35	35	21	7	1	
n = 8	1	8	28	56	70	56	28	8	1	

a) $(x^2y - \frac{2}{3}y)^1 = x^2y - \frac{2}{3}y$

b) $(x^{3y} + 4x^{5y})^2 = x^{6y} + 8x^{8y} + 16x^{10y}$

c) $(x-1)^7 = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 + 7x - 1$

d) $(5a^2 + \frac{1}{2}a)^3 = 125a^6 + \frac{75}{2}a^5 + \frac{15}{4}a^4 + \frac{1}{8}a^3$

e) $(2x^2 - y^8)^4 = 16x^4 - 4(2x^2)^3(y^8) + 6(2x^2)^2(y^8)^2 - 4(2x^2)(y^8)^3 + y^{32}$
 $= 16x^4 - 32x^6y^8 + 24x^4y^{16} - 8x^2y^{24} + y^{32}$

f) $(5x + 4y^3)^5 = 3125x^5 + 5(5x)^4(4y^3) + 10(5x)^3(4y^3)^2 + 10(5x)^2(4y^3)^3 + 5(5x)(4y^3)^4 + 1024y^{15}$

g)

$$\left(\frac{1}{6}x - y\right)^6 = \frac{1}{46656}x^6 - 6\left(\frac{1}{6}x\right)^5y + 15\left(\frac{1}{6}x\right)^4y^2 - 20\left(\frac{1}{6}x\right)^3y^3 + 15\left(\frac{1}{6}x\right)^2y^4 - 6\left(\frac{1}{6}x\right)y^5 + y^6$$

$$= \frac{1}{46656}x^6 - \frac{6}{7776}x^5y + \frac{15}{1296}x^4y^2 - \frac{20}{216}x^3y^3 + \frac{15}{36}x^2y^4 - xy^5 + y^6$$

h) $\left(xy + \frac{1}{2}\right)^4 = x^4y^4 + 4(xy)^3\left(\frac{1}{2}\right) + 6(xy)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4(xy)\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4$
 $= x^4y^4 + 2x^3y^3 + \frac{3}{2}x^2y^2 + \frac{1}{2}xy + \frac{1}{16}$

i) $(2x-1)^8 = 256x^8 - 8(2x)^7 + 28(2x)^6 - 56(2x)^5 + 70(2x)^4 - 56(2x)^3 + 28(2x)^2 - 8(2x) + 1$
 $= 256x^8 - 1024x^7 + 1792x^6 - 1792x^5 + 1120x^4 - 448x^3 + 112x^2 - 16x + 1$

j) $\left(\frac{1}{5}a + 5\right)^5 = \left(\frac{1}{5}a\right)^5 + 5\left(\frac{1}{5}a\right)^4(5) + 10\left(\frac{1}{5}a\right)^3(5)^2 + 10\left(\frac{1}{5}a\right)^2(5)^3 + 5\left(\frac{1}{5}a\right)(5)^4 + 3125$

$$= \frac{1}{3125}a^5 + \frac{1}{25}a^4 + 2a^3 + 50a^2 + 625a + 3125$$

k) $(1 - xy^2)^2 = 1 - 2xy^2 + x^2y^4$

l) $(x+h)^6 = x^6 + 6x^5h + 15x^4h^2 + 20x^3h^3 + 15x^2h^4 + 6xh^5 + h^6$